Superarse
TECNOLÓGICO

ESCUELA DE EDUCACIÓN
Tecnológico Superarse

GUÍA GENERAL DE ESTUDIO
MATEMÁTICAS



MSc. José Alfredo Montenegro Franco

OCTUBRE 2024

ISBN: 978-9942-7295-3-8
9 789942 729538

GUÍA GENERAL DE ESTUDIO DE MATEMÁTICAS

Autor:
MSc. José Alfredo Montenegro Franco

ISBN:
978-9942-7295-3-8

Superarse
TECNOLÓGICO
Instituto Superior Tecnológico Superarse

Diseño y Maquetado:

nexo
nexodigitalmark.com
MSc. Israel Proaño

Director editorial:
MSc. Rene Jaramillo

© Todos los derechos reservados

Contenido

DATOS INFORMATIVOS 7
PRESENTACIÓN 7
OBJETIVOS 8
OBJETIVO GENERAL 8
OBJETIVOS ESPECÍFICOS 8
ORIENTACIONES GENERALES PARA EL ESTUDIO 8
UNIDAD I 8
SISTEMAS NUMÉRICOS 8
RESULTADO DE APRENDIZAJE 8
DESARROLLO 9

CAPÍTULO 1 9
FRACCIÓN GENERATRIZ Y RACIONALIZACIÓN 9

CAPÍTULO 2 13
RAZONES Y PROPORCIONES 13

CAPÍTULO 3 17
REGLA DE TRES 17

CAPÍTULO 4 21
PORCENTAJE 21

CAPÍTULO 5 25
POLINOMIOS 25

CAPÍTULO 6 29
ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS 29

CAPÍTULO 7 33
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS 33
RETROALIMENTACIÓN DE LA UNIDAD 36
EVALUACIÓN DE LA UNIDAD 37
UNIDAD II 37
ANÁLISIS MATEMÁTICO 37
RESULTADO DE APRENDIZAJE 37
DESARROLLO 37

CAPÍTULO 8 39
FACTORIZACIÓN 39

CAPÍTULO 9 41
ECUACIONES ALGEBRAICAS SENCILLAS 41

CAPÍTULO 10 47
SISTEMAS DE ECUACIONES DE 1ER GRADO Y FUNCIÓN LINEAL ... 47

CAPÍTULO 11 49
ECUACIONES DE 2DO GRADO Y FUNCIÓN CUADRÁTICA 49

CAPÍTULO 12 53
FUNCIONES REALES 53

CAPÍTULO 13 57
FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS 57

CAPÍTULO 14 61
ESTADÍSTICA BÁSICA 61
RETROALIMENTACIÓN DE LA UNIDAD 62
EVALUACIÓN DE LA UNIDAD 63
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA 63
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA 64

Índice Figuras

Figura 1. Tipos de Fracciones 10
Figura 2. Razones 13
Figura 3. Proporción 13
Figura 4. Tipos Proporción 14
Figura 5. Proporción Inversa 14
Figura 6. Regla de tres 17
Figura 7. Porcentajes 21
Figura 8. Rebajas 22
Figura 9. Polinomios características 25
Figura 10. Término características 25
Figura 11. Monomio características 26
Figura 12. Binomio 26
Figura 13. Trinomio características 27
Figura 14. Polinomio características 27
Figura 15. Suma Polinomio 32
Figura 16. Multiplicación de un Monomio 33
Figura 17. Multiplicación de un Monomio por polinomio 34
Figura 18. Multiplicación Polinomio 34
Figura 19. División Monomios 34
Figura 20. División Monomios 35
Figura 21. Pasos para dividir Polinomios 35
Figura 22. Dividir Polinomios 35
Figura 23. Dividir Polinomios 36
Figura 24. Dividir Polinomios 36
Figura 25. Factorización 40

Figura 26. Trinomio cuadrado perfecto 40
Figura 27. Ecuaciones miembros 41
Figura 28. Ecuaciones exponentes 41
Figura 29. Ecuaciones exponente Comprobación 42
Figura 30. Ecuaciones línea incógnita 43
Figura 31. Ecuaciones líneas resultado 44
Figura 32. Ecuaciones Método suma y resta de reducción 48
Figura 33. Ecuaciones Método suma y resta de reducción 48
Figura 34. Ecuaciones cuadráticas características 49
Figura 35. Igualdad que no es cero como producto de factores..... 50
Figura 36. Factores que al multiplicarse 50
Figura 37. Ejemplo lados de rectángulo 50
Figura 38. Dominio y Codominio formando un rango de relación 53
Figura 39. Una función relacionada una entrada con una salida 54
Figura 40. Ejemplo de conjuntos A y B demostrando el Dominio y Codominio ... 54
Figura 41. Función constante 55
Figura 42. Función lineal 55
Figura 43. Función cuadrática 56
Figura 44. Raíz cuadrada 56
Figura 45. Gráfico de f(x)= 58
Figura 46. Gráfico de f(x)= 59

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO SUPERARSE

DATOS INFORMATIVOS

Unidad de Organización Curricular: Básica	**Pre-Requisitos:** **Código de la Asignatura:** UB01-01	**Nivel/Semestre:** I	**Modalidad** Hibrida
Número de horas según los tipos de actividades de aprendizaje			
Horas de docencia (HD)	**Horas de prácticas y experimentación (PE)**	**Horas de Trabajo autónomo (HTA)**	**Total horas**
32	40	24	**96**

PRESENTACIÓN

La asignatura de Matemáticas se centra en proporcionar a los estudiantes las herramientas numéricas necesarias para su futura labor como profesionales de la educación. A través de conceptos y aplicaciones prácticas.

El objetivo principal de la educación matemática es desarrollar la capacidad de pensar, razonar, comunicar, aplicar y evaluar la relación entre ideas y fenómenos reales.

El conocimiento y dominio de estos procesos proporcionará a los estudiantes la capacidad de describir, estudiar, modificar y controlar sus entornos físicos e ideológicos mientras desarrollan su capacidad para pensar y actuar con eficacia.

Las matemáticas en educación básica son un conjunto de conceptos, métodos y técnicas que pueden utilizarse para analizar diferentes situaciones y eventos. Estos cursos pueden interpretar y procesar información, medir y calificar, reconocer patrones y modelos, e identificar y resolver problemas. Además, la educación matemática en este nivel incluye aspectos técnicos y metodológicos de las matemáticas, tales como, porcentajes, polinomios, factorización, ecuaciones de primero y segundo grado. Esto afectará el pensamiento matemático de los estudiantes de manera consistente con los programas y proyectos existentes.

Las matemáticas permiten a los estudiantes mejorar su capacidad de desarrollar el razonamiento numérico, lógico y técnico para enfrentar los desafíos de sus futuras carreras.

La educación integral de los estudiantes sólo puede lograrse mejorando sus habilidades de pensamiento; debe mantenerse un equilibrio entre las habilidades teóricas y las habilidades de evaluación.

La asignatura de Matemáticas, pertenece a la unidad básica de la organización curricular, por lo tanto, no requiere un prerrequisito para cursar la materia.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Facilitar el aprendizaje de los estudiantes con los aspectos más relevantes de cada tema a partir de una posición teórico practica que conduce a la selección de técnicas concretas para la realización de actividades vinculadas con el trabajo en el aula.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de funciones con el fin de fomentar el pensamiento lógico y creativo.
- Reconocer situaciones cotidianas que requieran cálculos básicos y resolverlas utilizando expresiones matemáticas sencillas. Detectar problemas simples en el entorno que requieran habilidades de cálculo como ecuaciones sencillas, factorización entre otros.

ORIENTACIONES GENERALES PARA EL ESTUDIO

Para garantizar el éxito del aprendizaje del estudiante mediante el uso de esta guía, se presentan las siguientes orientaciones:

- La lectura es la principal aliada para mejorar la enseñanza de la asignatura; lea atentamente la guía procurando poner en práctica las recomendaciones dadas por el tutor.
- Utilice al menos una hora a la semana para revisar el contenido de la guía.
- Recuerde que existe una evaluación por tarea que refuerza los contenidos de la misma, que se tomará en cuenta a la finalización de cada unidad.
- Refuerce los conocimientos por medio de consultas realizadas en la biblioteca.

UNIDAD I
SISTEMAS NUMÉRICOS

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de funciones con el fin de fomentar el pensamiento lógico y creativo.

DESARROLLO

1. CAPÍTULO 1
FRACCIÓN GENERATRIZ Y RACIONALIZACIÓN

Objetivo: Conocer los diferentes casos de fracción generatriz como de racionalización.

"*Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas que se utilizan para representar y operar con cantidades. "* (Castro Puche, 2011)

¿Qué vamos a aprender en esta tarea?

- Reconocer los diferentes tipos de decimales.
- Obtener la fracción generatriz.
- Identificar los 3 casos de racionalización y resolver de acuerdo al proceso respectivo.

1.1 FRACCIÓN GENERATRIZ

¿QUÉ ES LA FRACCIÓN GENERATRIZ?

"La fracción generatriz de un número decimal es una fracción cuyo resultado es ese número. Esto aplica tanto para números decimales exactos como periódicos.". (M.O. Gonzáles, 1962)

CASO 1. FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN DECIMAL EXACTO

El proceso para obtener la fracción generatriz de un decimal exacto lo veremos con el siguiente ejemplo:

1.25 es un decimal Exacto

$$\frac{1{,}25}{1} X \frac{100}{100} = \frac{\cancel{125}^{25^5}}{\cancel{100}_{20_4}} = \frac{5}{4}$$

CASO 2. FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN DECIMAL PERIÓDICO PURO

El decimal periódico puro es aquel que tiene el período exactamente después de la coma.

4,3434…. =4,$\underline{34}$

1,66666. = 1,$\underline{6}$

EJEMPLO

En el siguiente ejemplo de cálculo se detalla el procedimiento para obtener la fracción generatriz de decimales periódicos puros:

Número sin coma – Número antes del periodo

9 0

$$0{,}3 = \frac{03-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$2{,}009 = \frac{2009-2}{999} = \frac{2007}{999} = \frac{223}{11}$$

CASO 3. FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN DECIMAL PERIÓDICO MIXTO

El decimal periódico mixto es aquel en que la parte periódica o período NO comienza inmediatamente después de la coma.
Ejemplo:

1,08$\underline{976}$ 74,63$\underline{4}$

A continuación, se detalla el procedimiento para obtener la fracción generatriz de decimal periódico mixto:

Numero sin coma – Numero antes del periodo
9 0

$$2{,}5443 = \frac{25443 - 254}{9900} = \frac{25189}{9900}$$

$$0{,}567 = \frac{567 - 56}{900} = \frac{511}{900}$$

1.2 RACIONALIZACIÓN

Es un proceso que consiste en retirar los radicales del denominador. Es útil para el cálculo de operaciones como la suma de fracciones. Los casos más frecuentes de la racionalización son:

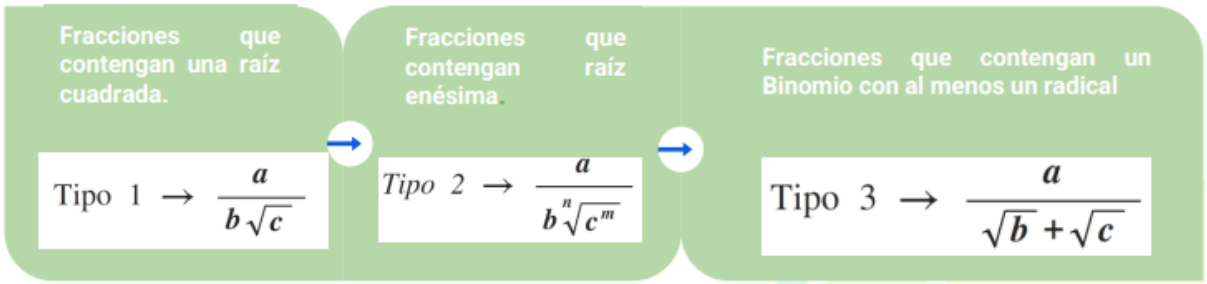


Figura 1. Tipos de Fracciones

Caso 1 = $\dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}\sqrt{c}}$

Ejemplo:
Racionalizar la siguiente expresión:

$$\frac{2}{3\sqrt{2}}$$

Multiplicar numerador y denominador por la raíz de 2, realizamos los cálculos y simplificamos la fracción.

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3(\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3.2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Caso 2 = $\dfrac{\mathbf{a}}{\boldsymbol{b\sqrt[n]{c^m}}}$

$$\frac{\mathrm{a}}{b\sqrt[n]{c^m}} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}.\sqrt[n]{c^m}.\sqrt[n]{c^{n-m}}}$$

$$= \frac{\mathrm{a}\sqrt[n]{c^{n-m}}}{\mathrm{b}.\sqrt[n]{c^m}.\sqrt[n]{c^{n-m}}} = \frac{\mathrm{a}\sqrt[n]{c^{n-m}}}{\mathrm{b}.\sqrt[n]{c^n}}$$

$$= \frac{\mathrm{a}\sqrt[n]{c^{n-m}}}{\mathrm{b}.\,\mathrm{c}}$$

Ejemplo:
Racionalizar la siguiente expresión:

$$\frac{2}{3\sqrt[5]{4}}$$

El radicando 4 lo ponemos en forma de potencia 2^2 .
Tenemos que multiplicar en el numerador y denominador por la raíz quinta de $2^{5-2}=2^3$
Multiplicamos los radicales del denominador, extraemos factores del radical y simplificamos la fracción.

$$\frac{2}{3\sqrt[5]{4}} = \frac{2}{3\sqrt[5]{2^2}} = \frac{2\sqrt[5]{2^3}}{3\sqrt[5]{2^2}\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2\sqrt[5]{8}}{3\sqrt[5]{2^5}} = \frac{2\sqrt[5]{8}}{3.2} = \frac{\sqrt[5]{8}}{3}$$

Caso 3 = $\dfrac{\mathbf{a}}{\boldsymbol{\sqrt{b}+\sqrt{c}}}$

Y en general cuando el denominador sea un binomio con al menos un radical.
Se multiplica el numerador y denominador por el conjugado del denominador.
Ejemplo:
Racionalizar la siguiente expresión:

$$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador, quitamos paréntesis en el numerador y efectuamos la suma por diferencia en el denominador, por lo que obtenemos una diferencia de cuadrado.

$$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$$

En el denominador extraemos los radicandos y dividimos por, es decir, cambiamos el numerador de signo.

$$= \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2-3}$$
$$= \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{-1}$$
$$= -2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

2. CAPÍTULO 2
RAZONES Y PROPORCIONES

Objetivo: Conocer y analizar los diferentes tipos de proporcionalidades.

"Denominamos razón al cociente que es indicado por dos números y que representa la relación entre dos cantidades y una proporción a la igualdad que existe entre dos o más razones. " (Repetto., 1967)

Qué vamos aprender en esta tarea?

- Reconocer la diferencia entre razón y proporción.
- Identificar los tipos de proporcionalidades
- Aplicar la propiedad fundamental para la obtención de medios y extremos.

2.1 Razones

Las razones son una forma de comparar dos cantidades, y las proporciones son igualdades entre dos razones.

Ejemplo: La Razón entre manzanas a naranjas es 2:3



Figura 2. Razones

2.2 Proporcionalidad

Es una igualdad entre dos razones.

$$a:b = c:d$$

Razón 1 = Razón 2

Ejemplo: La Proporción entre manzanas a naranjas es 2:3=2:3

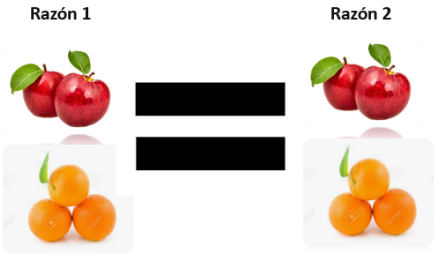


Figura 3. Proporción

2.3 Tipos de Proporciones

- **Proporción directa:** Cuando dos cantidades aumentan o disminuyen en la misma proporción. + a + se divide

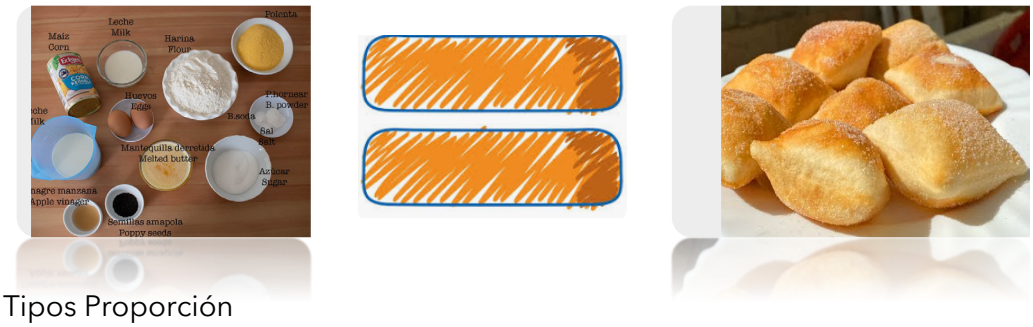


Figura 4. Tipos Proporción

- **Proporción inversa:** Cuando una cantidad aumenta mientras que la otra disminuye. + a - se multiplica



Figura 5. Proporción Inversa

2.4 Proporcionalidad directa

Si en tres bolsas de naranjas caben 36 naranjas, ¿cuántas bolsas necesitamos para guardar 48 naranjas?

Solución:

Bolsas	Naranjas
3	36
X	48

Como la proporcionalidad es directa (cuantas más naranjas, más bolsas), la constante de proporcionalidad es el **cociente** de las magnitudes:

$$\frac{36}{3} = 12$$

Dividimos en forma horizontal

La constante de proporcionalidad debe ser la misma, asi que

$$\frac{48}{x} = 12$$

Despejando,

$$x = \frac{48}{12} = 4$$

Resultado: Necesitamos 4 bolsas.

2.5 Proporcionalidad inversa

Si tardamos 3 minutos en recorrer una distancia a una velocidad de 20 km/h, ¿Cuánto tardaremos en recorrer dicha distancia si circulamos a 30 km/h?

Solución:

Min	km/h
3	20
X	30

Como la proporcionalidad es inversa (cuanta más velocidad, menos tiempo), la constante de proporcionalidad es el producto de las magnitudes:

20 * 3=20

Multiplicamos en forma horizontal

La constante de proporcionalidad debe ser la misma, asi que

30 * x=60

Despejando,

$$x = \frac{60}{30} = 2$$

Tardaremos 2 minutos.

2.6 Propiedades de las proporciones

1. En una proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad ==> \quad bc = ad$$

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \quad ==> \quad 2 * 10 = 5 * 4$$

2. En una proporción o en una serie de razones iguales, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f} \qquad =\frac{a+c+e}{b+d+f}$$

Ejemplo:

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9} \qquad =\frac{2+4+6}{3+6+9}=\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{18}}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{18}}$$

$$\frac{4}{6}=\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{18}}$$

$$\frac{6}{9}=\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{18}}$$

Como se observa cada proporción es igual a la proporción resultado.

3. CAPÍTULO 3
REGLA DE TRES

Objetivo: Reconocer la aplicabilidad de la regla de tres en la vida cotidiana.

La regla de 3 simple es una operación que nos ayuda a resolver rápidamente problemas de proporcionalidad, tanto directa como inversa.
Qué vamos aprender en esta tarea?

- Identificar los diferentes tipos de regla de tres.
- Aplicar la regla de tres en problemas de la vida diaria.

3.1 ¿Qué es la regla de tres?

Nos enseña a determinar una cantidad desconocida por medio de una proporción de la cual se conocen dos términos entre sí, y otro tercero de la misma especie que el cuarto que se busca.

$$a \rightarrow b$$

$$c \rightarrow \mathbf{x}$$

Donde:

a y c corresponden a la primera variable

b y **x** corresponden a la segunda variable, siendo x la incógnita de valor desconocido.

Se clasifica de la siguiente manera:

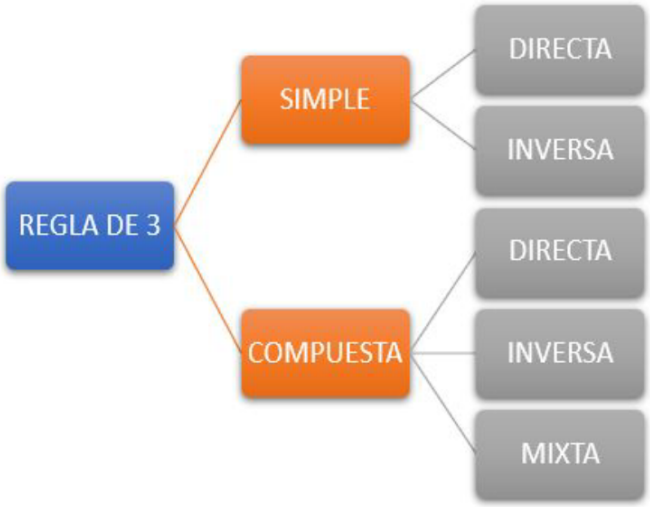
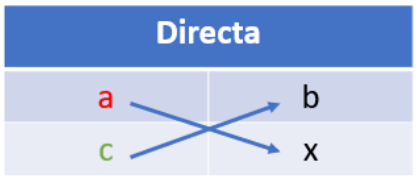


Figura 6. Regla de tres

3.1.1 REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

Se aplica en casos de proporcionalidad directa (cuando aumenta una magnitud también lo hace la otra).

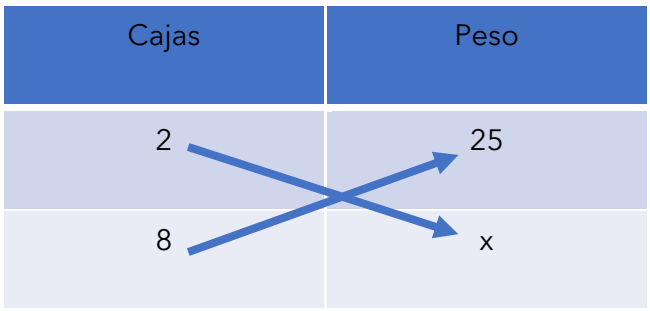


$$x * a = c * b$$

$$x = \frac{c * b}{a}$$

Consiste en calcular uno de los termino, de una de las razones, de una proporción directa.

Ejemplo:
Imaginemos que tenemos 2 cajas iguales que queremos mover del auto a nuestra casa. En total, ambas pesan 25 kilogramos. ¿Cuánto peso cargaríamos si lleváramos 8 cajas iguales?
Primero, pasamos los datos al esquema de la regla de tres:



Segundo, pasamos las variables a la ecuación que corresponde con la regla de tres simple directa, y aislemos la incógnita x:

$$2 * x = 25 * 8$$
$$x = \frac{25 * 8}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ kg}$$

3.1.2 REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA

Se aplica en casos de proporcionalidad inversa (cuando aumenta una magnitud disminuye la otra).

Inversa	
a →	b
c →	x

$$a * b = c * x$$

$$x = \frac{a * b}{c}$$

Una de las variables aumenta, la otra disminuye, y viceversa.
Ejemplo:
Hay que pintar un salón bastante grande, y el plan es aplicar dos capas de pintura. 2 personas calculan que, para pintar todo el salón, tardarán 150 minutos. Prefieren ir más rápidos, así que llaman a tres personas más para terminar antes. Si asumimos que todos tienen el mismo ritmo de trabajo, ¿cuántos minutos tardarán las 5 personas en pintar el salón?
Primero, pasamos los datos al esquema de la regla de tres:

Personas	Tiempo
2	150
5	x

Segundo, pasamos las variables a la ecuación que corresponde con la regla de tres simple directa, y aislemos la incógnita x:

$$2 * 150 = 5 * x$$

$$x = \frac{2 * 150}{5} = 60\ minutos$$

4. CAPÍTULO 4
PORCENTAJE

Objetivo: Identificar casos de porcentaje aplicados a problemas de la vida diaria.

Los porcentajes constituyen uno de los lenguajes matemáticos de uso más extendido en la vida real.
Es muy frecuente que los utilicemos para indicar qué representa una cantidad respecto otra pues es un método homogéneo que permite comparar fácilmente unas proporciones con otras, al contrario de lo que sucede con las fracciones.
Qué vamos aprender en esta tarea?

- Comprender el uso del porcentaje en la vida cotidiana.
- Aplicar el procedimiento adecuado para resolver ejercicios de porcentajes.

4.1 Porcentajes o Tanto por ciento

Es una expresión de una parte de un todo en términos de 100 unidades. En otras palabras, representa la relación proporcional entre dos cantidades o entre una cantidad y un conjunto de ellas.



Figura 7. Porcentajes

4.2 Porcentajes representación

60%	$\frac{40}{100}$	0,4
SÍMBOLO DE PORCENTAJE	**FRACCIÓN**	**DECIMAL**

Ejemplos:
¿Cuál es el 15% de 800?
800 * 0,15=120
¿Cuál es el 12% de 600?
600 * 0,12=72
¿Cuál es el 9% de 100?
100 * 0,09=9

¿Valor total con el porcentaje es?
9+ 100 = 109

4.3 Bonificación o rebajas

Es el porcentaje que se deduce de una determinada cantidad. En otras palabras, es la disminución sobre el precio de venta de un producto que hace el vendedor al comprador.



Figura 8. Rebajas

Ejemplo
Si un CD de música cuesta 24$, pero esta con un descuento del 10%. Y en la billetera tengo 20$. ¿Me alcanza para comprarlo?

1. Debo conocer cuánto es el valor de descuento, es decir cuál es el 10% de 24:
   0.1 x 24$= 2.40$
2. Ahora procedo a determinar el valor final del costo del CD aplicado el descuento:
   24-2.40=21.60$
3. **Respuesta**: a pesar de aplicar un descuento del 10% en el CD que se desea, no me alcanza los $20 que dispongo.

4.4 Recargos y comisiones

La tarjeta de crédito es un medio de pago que te permite hacer compras y retiros de dinero en efectivo, pero puede crear situaciones en las que las compras que realizaste, el banco u otras entidades financieras generen recargos o montos adicionales si te retrasas en tus fechas de pago.

La **comisión** es un porcentaje sobre el **valor** de una transacción que se **cobra al cliente** y se paga al vendedor. Cuando hablamos de comisión nos referimos a un adicional.
El **recargo es un incremento** de un porcentaje sobre el valor de un pago o cobro que se realiza, generalmente, por demora en los mismos con el fin de penalizar el incumplimiento en fecha de la obligación asumida.

Ejemplo:
A un hombre le ponen una multa de 500 dólares por exceso de velocidad, pero como tarda en pagarla se le aplica una sobretasa del 15% ¿Cuánto debe pagar ahora?

Analizando el ejercicio, esta vez el precio aumenta.

1. Calculamos primero cuánto dinero nos cobraran de más. En este caso, es un 15% de 500:
   0.15*500$=75$
2. Luego sumamos esta cantidad al precio original:
   500$+75$ = 575$

   Respuesta: El valor a cancelar es de 575$

Un artículo vale 80$ después de aplicarle un IVA del 16% ¿Cuánto valdría sin IVA?

Tenemos que hacer el siguiente razonamiento: si a un artículo se le ha aplicado un IVA del 16% es que nos están cobrando el 116% del precio original.

1. Lo resolvemos como el ejercicio anterior ya que también en este caso conocemos el valor final del producto (x) con cierto porcentaje añadido.
   1.16 x=80$
2. Despejando el valor de x.
   x= 80$/1.16=68.96$

   Respuesta: El valor sin IVA es de 68.96$

5. CAPÍTULO 5
POLINOMIOS

Objetivo: Reconocer los diferentes tipos de polinomios y resolver ejercicios de aplicación.

Un polinomio es una expresión que consta de indeterminados y coeficientes, que involucra solo las operaciones de suma, resta, multiplicación y potencias de variables enteras positivas.
Qué vamos aprender en esta tarea?

- Identificar cada tipo de polinomio.
- Resolver los ejercicios de acuerdo con cada uno de los tipos existentes.
- Resolver operaciones algebraicas con polinomios.

5.1 Polinomios

Los polinomios son expresiones algebraicas que están formadas a partir de la suma o resta de dos, tres o más términos.

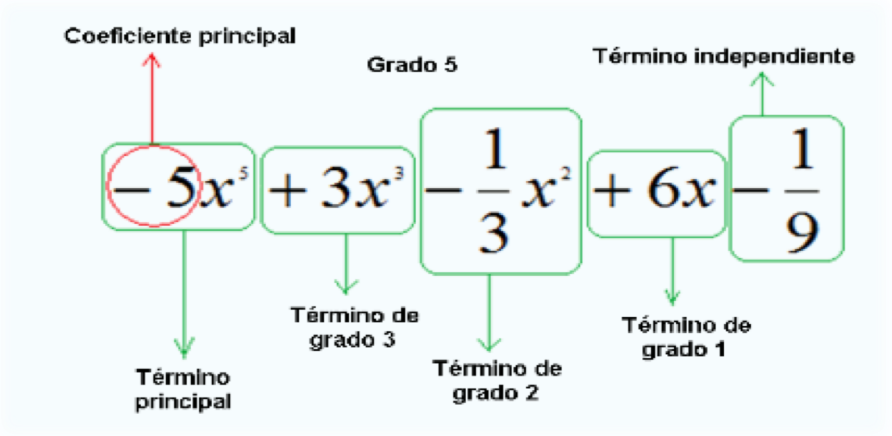


Figura 9. Polinomios características

5.2 Término

Un término es una expresión algebraica elemental donde se encuentran números y letras. El número se llama coeficiente y las letras o incógnita conforman la parte literal. Tanto el número como cada letra pueden estar elevados a una potencia.



Figura 10. Término característico

5.3 Exponente

Un exponente es un número que indica cuántas veces debes multiplicar otro número por sí mismo. En matemáticas, la potenciación consiste en elevar una base a la potencia de un exponente.

$$27xxxbbc=27x^3b^2c$$

Forma Abreviada de escribir.

$$2^4 \cdot 2^2 \cdot 2^4 = 2^{(4+2+4)} = 2^{10}$$

$$\frac{4^4}{4^2} = 4^{(4-2)} = 4^2$$

5.4 Monomio

Un monomio es una expresión algebraica que consta de un solo término.

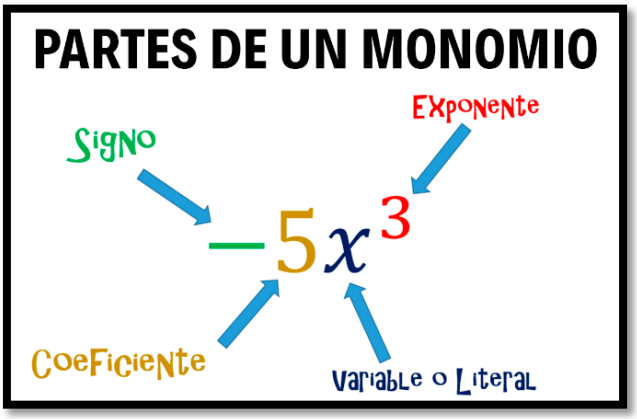


Figura 11. Monomio características

5.4 Binomio

Un binomio es una expresión algebraica que consta de dos términos, los cuales están conectados por operaciones como la suma o la resta.

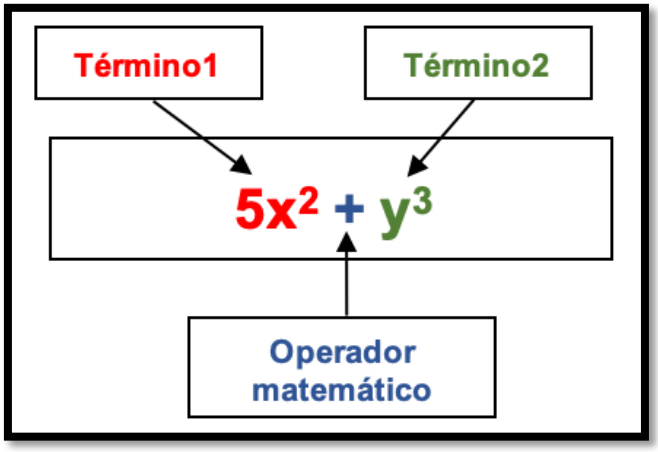


Figura 12. Binomio

5.4 Trinomio

En matemáticas, un trinomio es una expresión algebraica compuesta por tres términos que están unidos por los signos de suma (+) o resta (-).

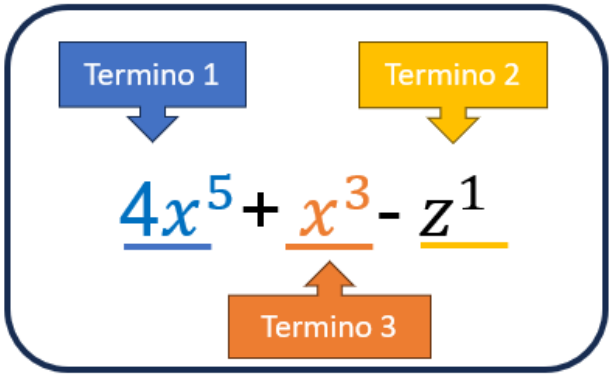


Figura 13. Trinomio características

5.4 Polinomio

Un polinomio es una expresión algebraica formada por sumas, restas y multiplicaciones de variables, constantes y exponentes.

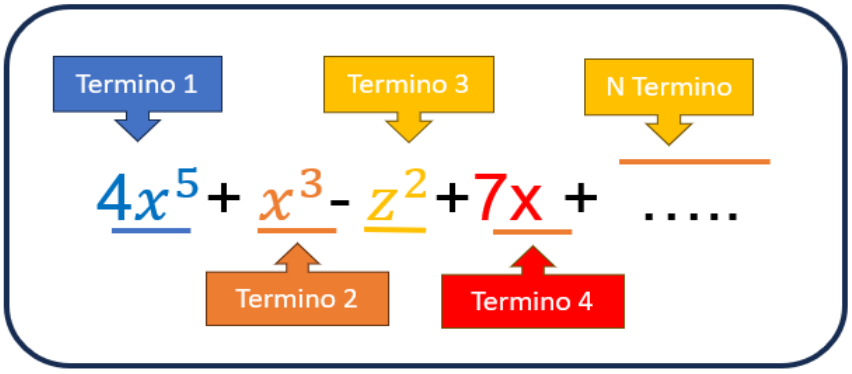


Figura 14. Polinomio características

5.4 Términos semejantes

Cuando en un polinomio encontramos términos semejantes, estos se pueden reducir a un solo termino, haciendo la suma o resta algebraica entres estos.

- 3+ 5 - 2 = **6**
- 3a + 4a = (3+4)a= **7a**
- - 6abc + 10abc - 8abc= (-6 +10 -8)abc = **- 4abc**
- $\frac{1}{2}xy^2 - \frac{1}{4}xy^2 + \frac{3}{2}xy^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right)xy^2$

4ab+ 3ab + 4ab =11ab

$4ab^5 + ab^5 - 2ab^5 = 3ab^5$

5.4 Grado de polinomio

El grado de un polinomio se determina según el término con el exponente más alto en una de sus variables. Si el polinomio tiene más de una variable, el grado se calcula sumando los exponentes de cada término y seleccionando el mayor.

7 = Grado 0

7x = Grado 1

7xy = Grado 2 se suma los exponentes x^1y^1 =1+1

$4x^5$y z = G 7°

5^5y z = G 2°

$4xy^5$+ x^3- x^2y^2= 7°

6. CAPÍTULO 6
ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Objetivo: Reconocer los diferentes tipos de polinomios y resolver ejercicios de aplicación.

"Un polinomio es una expresión que consta de indeterminados y coeficientes, que involucra solo las operaciones de suma, resta, multiplicación y potencias de variables enteras positivas." (Otros, Sistemas Numéricos, 2019)

Qué vamos aprender en esta tarea?

1. Identificar cada tipo de polinomio, monomio, etc.
2. Resolver los ejercicios de acuerdo con cada uno de los tipos existentes.

6.1 Suma de Expresiones algebraicas

La suma (o diferencia) de dos monomios semejantes es otro monomio, que tiene como coeficiente la suma (o diferencia) de coeficientes y como parte literal la misma que la de los sumandos.

Si los monomios No son semejantes, el resultado es un POLINOMIO.

Sucede cuando dos expresiones polinómicas se suman si su incógnita y su exponente son iguales.

Polinomio 1 (P)

$4x^3+x^2+x^1$

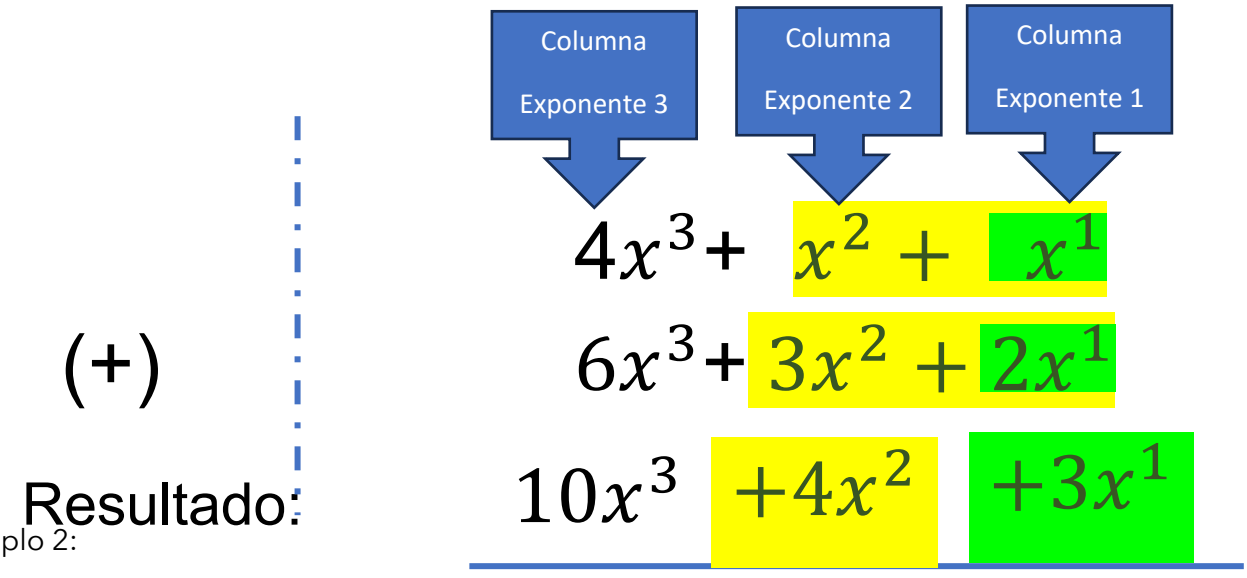
+

Polinomio 2 (Q)

$6x^3+3x^2+2x^1$

En la suma de polinomios se siguen las leyes de signos para exponentes. Ordena las expresiones con exponentes iguales.

Ejemplo 1:



Ejemplo 2:

$$
\begin{array}{rl}
 & 7y^5 - y^4 - y^3 + y^2 + y + 3 \\
(+) & y^5 \quad\square\quad +3y^3 + 18y^2 \quad\square\quad + 2 \\
\hline
\text{Resultado:} & 8y^5 - y^4 + 2y^3 + 19y^2 + y + 5
\end{array}
$$

Ejemplo 3:

$$
\begin{array}{rl}
 & -5y^5 - y^4 + y^3 \\
(+) & -y^5 - 3y^4 - 20y^3 \\
 & 2y^5 + 3y^4 + 2y^3 \\
\hline
\text{Resultado:} & -4y^5 - y^2 - 17y^3
\end{array}
$$

6.2 Resta de Expresiones algebraicas

La resta de monomios es muy parecida a la suma, solo que hay que cambiar los números del sustraendo por su simétrico y se resuelve aplicando las reglas de la suma.

Ejemplos

Resta de Polinomios: (P)-(Q)

$$
\begin{array}{rl}
(P) = & 4x^3 + x^2 + x^1 \\
(Q) = & \underline{-}\,6x^3 \underline{+}\,3x^2 \underline{+}\,2x^1
\end{array}
$$

Cambio el signo cuando reste todo Q.

Resultado:

$$(-) \quad \begin{array}{r} 4x^3 + x^2 + x^1 \\ -\ 6x^3 - 3x^2 - 2x^1 \\ \hline \end{array}$$

Resultado: $-2x^3 \ -2x^2 \ -1x^1$

Resta de polinomios: (P)-(Q)

$$(P) = 4x^3 + 23x^2 + x^1$$

$$(Q) = -6x^3 + 3x^2 - 2x^1$$

Cambiamos el signo y nos da como resultado:

$$(-) \quad \begin{array}{r} 4x^3 + 23x^2 + x^1 \\ +\ 6x^3 - 3x^2 + 2x^1 \\ \hline \end{array}$$

Resultado: $10x^3 \ +20x^2 \ +3x^1$

Realizar la operación: (S)+(R)-(U)

$$(S) = \frac{1}{2}x^2 + 4$$

$$(R) = 6x^2 + x + 1$$

$$(U) = -x^2 - 2$$

Ordenamos y procedemos a cambiar de signos en donde sea necesario según el ejercicio.

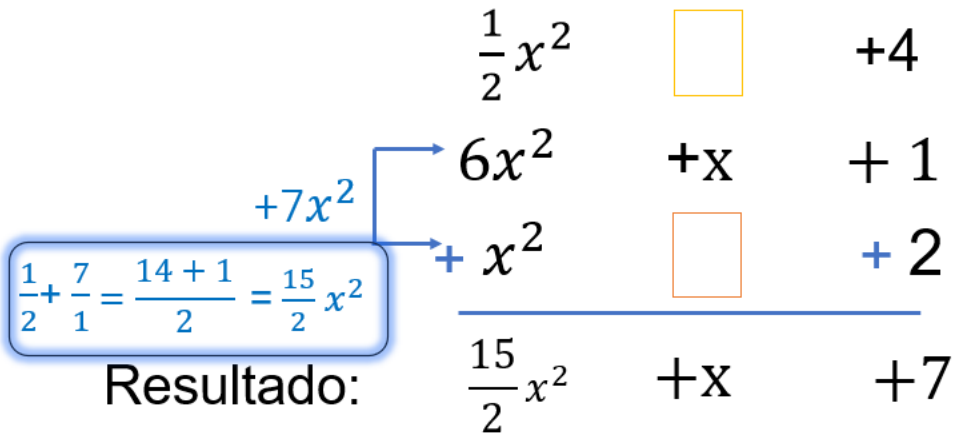


Figura 15. Suma Polinomio

7. CAPÍTULO 7
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Objetivo: Reconocer Multiplicación y División de Expresiones Algebraicas.

"Un polinomio es una expresión que consta de indeterminados y coeficientes, que involucra solo las operaciones de suma, resta, multiplicación y potencias de variables enteras positivas." (Placencia Valero, 2008)
¿Qué vamos a aprender en esta tarea?

- Identificar cada tipo de polinomio, monomio, etc.
- Resolver los ejercicios de acuerdo con cada uno de los tipos existentes.

7.1 Definición:

Multiplicación: La multiplicación de expresiones algebraicas implica multiplicar los coeficientes y sumar los exponentes de las variables que son iguales.

División: La división de expresiones algebraicas implica dividir los coeficientes y restar los exponentes de las variables que son iguales.

7.2 Leyes de los Signos:

(+) × (+) = (+)

(-) × (-) = (+)

(+) × (-) = (-)

(-) × (+) = (-)

La multiplicación puede estar expresada de tres maneras:

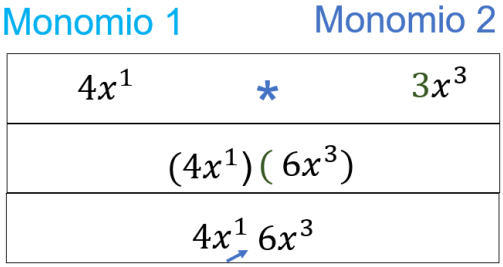


Figura 16. Multiplicación de un Monomio

1. Por el signo *
2. Entre paréntesis
3. Unión de términos o monomios.

Ejemplos de Multiplicación:

Multiplique: $4x^1(3x^3 + 3x^2 + 3x+2)$

En este ejemplo existen un monomio de grado 1 y un polinomio de grado 3.

Monomio 1		Polinomio 2
$4x^1$	*	$(3x^3 + 3x^2 + 3x+2)$

Multiplicaremos cada término del monomio, por cada término del polinomio:

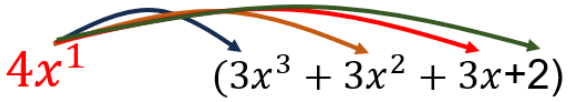


Figura 17. Multiplicación de un Monomio por polinomio

Como resultado el siguiente polinomio:

$(3x^3 4x^1 + 3x^2 4x^1 + 3x 4x^1 + 4x^1\ 2)$

Recuerde en una multiplicación de términos, si es el termino es similar en exponente e incógnita los exponentes se suman.

Realizaremos la simplificación de términos semejantes:

$= 12x^4 + 12x^3 + 12x^2 + 8x$

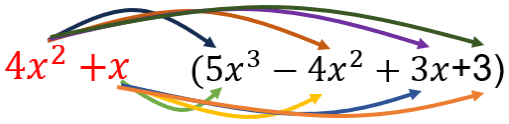
Multiplique: $(4x^2 + x\ )(5x^3 - 4x^2 + 3x+3)$

Tenemos como resultado un Binomio y Polinomio:

Binomio 1		Polinomio 2
$4x^2 + x$	*	$(5x^3 - 4x^2 + 3x+3)$

Figura 18. Multiplicación Polinomio

Multiplicaremos cada término del binomio, por cada término del polinomio:



Como resultado el siguiente polinomio:

$= 5x^3 4x^2 - 4x^2 4x^2 + 3x^1 4x^2 + 4x^2 3 + 5x^3 x - 4x^2 x + 3xx + 3x$

Realizaremos la simplificación de términos semejantes:

$= 20x^5 - 11x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 3x$

La División puede estar expresada de tres maneras:

Monomio 1		Monomio 2
$30x^4$	/	$3x^2$
$30x^4 : 3x^2$		
$\frac{30x^4}{3x^2}$		

Figura 19. División Monomios

1. Por el signo /
2. Por dos puntos:
3. En Fracción.

Ejemplos de División:

Recuerde en una división de términos, si es el termino es similar en exponente e incógnita los exponentes se restan.

$$\frac{30x^4}{3x^2} = (30/3)x^{4-2}$$

$$= 10x^2$$

División: $(30x^4y^4z^4) / \ 10x^2y^3z^4$

Nos encontramos que son dos monomios que diferentes incógnitas.

Monomio 1 / Monomio 2
$30x^4y^4z^4 / \ 10x^2y^3z^4$
$\frac{30x^4y^4z^4}{10x^2y^3z^4}$

Figura 20. División Monomios

Se restan las incógnitas semejantes y realizamos la división:

$$= \left(\frac{30}{10}\right) x^{4-2}y^{4-3}z^{4-4}$$

$$= 10x^2y$$

Para dividir binomios y polinomios tenemos que realizar los siguientes pasos:

1. Ordenar los términos
2. Buscar expresión para multiplicar
3. Multiplicar
4. Restar
5. Bajar el siguiente termino

Figura 21. Pasos para dividir Polinomios

División entre Polinomios:

Polinomio 1	Binomio 2
$(3x^2\text{-}8 + 2x)$	$/ \quad 2 + x$

Figura 22. Dividir Polinomios

Proceso:

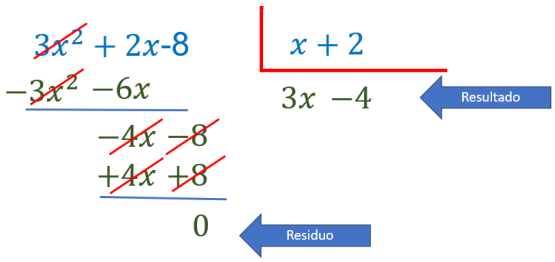


Figura 23. Dividir Polinomios

División entre Polinomios

$$(2x^3 + 8x^2 + 12x + 5) : (2x + 4)$$

Proceso:

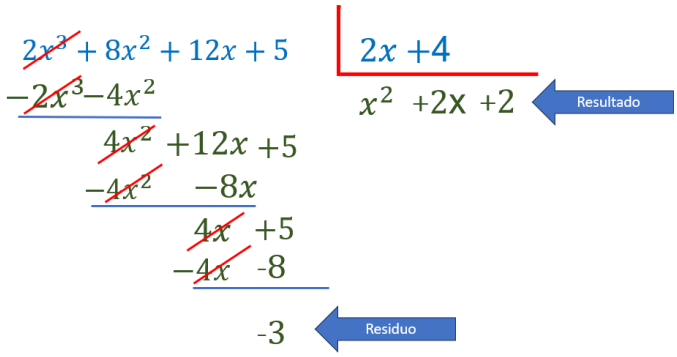


Figura 24. Dividir Polinomios

RETROALIMENTACIÓN DE LA UNIDAD

Temas sintetizados de la unidad 1:

1. Fracción Generatriz y Racionalización

Fracción Generatriz: Es una fracción que representa un número decimal exacto o periódico. Para convertir un decimal a fracción, se utilizan diferentes métodos según el tipo de decimal (exacto, periódico puro o periódico mixto).

Racionalización: Es el proceso de eliminar raíces del denominador de una fracción. Esto se logra multiplicando el numerador y el denominador por un factor adecuado que elimine la raíz.

2. Razones y Proporciones

Razones: Comparan dos cantidades mediante una división, expresada como (a : b).

Proporciones: Son igualdades entre dos razones. Se utilizan para resolver problemas de comparación y escalamiento en diversas situaciones cotidianas.

3. Regla de Tres

Regla de Tres Simple: Método para encontrar un valor desconocido en una proporción directa o inversa. Se basa en la relación a : b = c : d.

Regla de Tres Compuesta: Extiende la regla de tres simple a situaciones con más de dos variables relacionadas.

4. Porcentaje: Un porcentaje es una forma de expresar una cantidad como una fracción de 100. Se representa con el símbolo % y se lee “por ciento”. Por ejemplo, 25% significa 25 de cada 100.

5. Polinomios

Definición: Un polinomio es una expresión algebraica formada por la suma de monomios, que son productos de coeficientes y variables elevadas a exponentes enteros no negativos.
Operaciones: Incluyen suma, resta, multiplicación y división de polinomios. También se pueden factorizar y encontrar sus raíces.
6. Adición y Sustracción de Expresiones Algebraicas
Adición: Consiste en sumar términos semejantes, es decir, aquellos que tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes.
Sustracción: Similar a la adición, pero restando los coeficientes de los términos semejantes.
7. Multiplicación y División de Expresiones Algebraicas
Multiplicación: Se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes de las variables iguales.
División: Se dividen los coeficientes y se restan los exponentes de las variables iguales.

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

1. Convertir el número decimal (0.75) en una fracción generatriz.
2. Convertir el número decimal (0.12333) en una fracción generatriz.
3. Si la razón de (a) a (b) es (3:4), ¿cuál es el valor de (a) si (b = 12)?
4. Si $\frac{2}{5} = \frac{x}{15}$, ¿cuál es el valor de (x)?
5. Si 5 manzanas cuestan $10, ¿cuánto costarán 8 manzanas?
6. Si 4 trabajadores pueden completar una tarea en 6 días, ¿cuántos días necesitarán 6 trabajadores para completar la misma tarea?
7. ¿Cuál es el 20% de 150?
8. Si un artículo cuesta $50 y su precio aumenta en un 15%, ¿cuál será el nuevo precio?
9. Suma los polinomios ($3x^2$ + 2x + 1) y (x^2 - 4x + 5).
10. Multiplica los polinomios (x + 2) y (x - 3).

Estas preguntas cubren una variedad de conceptos clave en cada uno de los temas.

UNIDAD II
ANÁLISIS MATEMÁTICO

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Desarrollar el pensamiento lógico con actividades que le permitan al estudiante aplicar los conocimientos adquiridos.

- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en R en la solución de problemas sencillos.
- Identificar los diferentes métodos de resolución en sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas.

DESARROLLO

8. CAPÍTULO 8
FACTORIZACIÓN

Objetivo: Reconocer los diferentes casos de factoreo, recordar Métodos algebraicos para la resolución de problemas.

"La factorización es una técnica que consiste en la descomposición en factores de una expresión algebraica." (Repetto., 1967)

¿Qué vamos aprender en esta tarea?

1. Identificar cada tipo de polinomio, monomio, etc.
2. Resolver los ejercicios de acuerdo con cada uno de los tipos existentes.

8.1 Factorización

La factorización es el proceso de **descomponer** una expresión algebraica en el producto de sus factores.

Ejemplo: (x^2 - 9) se puede factorizar como ((x + 3)(x - 3)).

Importancia:

- Simplifica la resolución de ecuaciones.
- Facilita la simplificación de fracciones algebraicas.

8.2 Estrategia General

1. Factorizar todos los factores comunes.
2. Observar el número de términos entre paréntesis (o en la expresión original). Si hay:
   - I. Cuatro términos: factorizar por agrupación.
   - II. Tres términos: probar si es tcp y factorizar así; si no es tcp, emplear el caso general.
   - III. Dos términos y cuadrados: buscar la diferencia de cuadrados y factorizarla.
   - IV. Dos términos y cubos: buscar la suma o diferencia de cubos y factorizar.
3. Asegurarse de que la expresión está factorizada completamente

8.3 Casos de Factorización:

- Factor Común
- Trinomio cuadrado perfecto
- Diferencia de cuadrados
- Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción
- Trinomio de la forma x2 + bx + c o trinomio simple perfecto
- Trinomio de las formas ax2 + bx + c o trinomio compuesto
- Cubo perfecto de binomios

8.3.1 Factor Común

Este es el caso de factorización que consiste en buscar un factor común y dividir todo por ese factor.

$$a^2 + ab = a(a + b)$$

Factor común al número o variable que se encuentra en todos los términos de un polinomio.
Ejemplo: ax+a-bx-b

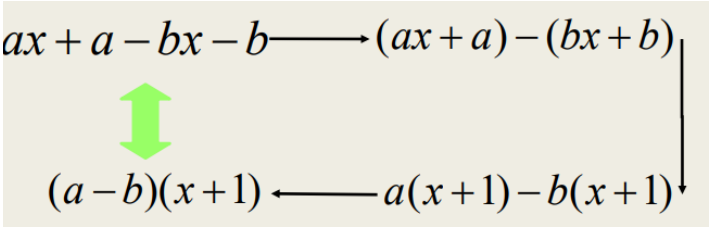


Figura 25. Factorización

Resultado= (a-b) (x+1)

8.3.2 Trinomio cuadrado perfecto

Si se identifica por tener tres términos, de los cuales dos tienen raíces cuadradas exactas, y el restante equivale al doble producto de las raíces del primero por el segundo.

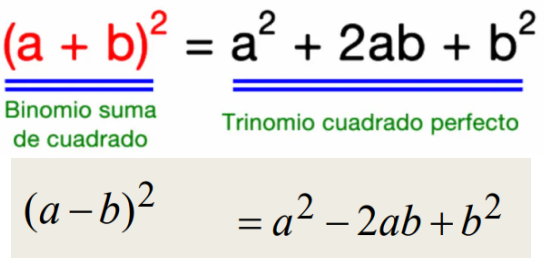


Figura 26. Trinomio cuadrado perfecto

Ejemplos:

1. $(5x - 3y)^2 = 25x^2 - 30xy + 9y^2$
2. $(3x + 2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$
3. $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
4. $4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x - 5y)^2$

8.3.3 Diferencia de cuadrados

Es la resta de dos términos que son cuadrados perfectos. La fórmula general para la diferencia de cuadrados es:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Cuadrado Perfecto: Un número es un cuadrado perfecto si es el cuadrado de un número entero.
$4=2^2$
Diferencia de Cuadrados: La expresión $(a^2 - b^2)$ representa la diferencia entre dos cuadrados perfectos.
Ejemplos:

$$(ay - bx)(ay + bx) = (ay)^2 - (bx)^2$$

$$9y^2 - 4x^2 = (3y)^2 - (2x)^2 = (3y + 2x)(3y - 2x)$$

9. CAPÍTULO 9
ECUACIONES ALGEBRAICAS SENCILLAS.

Contenido de la tarea 9

Objetivo: Conocer el Procedimiento para resolver ecuaciones.

Una ecuación de primer grado o ecuación lineal es una ecuación algebraica que involucra una o más variables a la primera potencia y no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra solamente sumas y restas de una variable a la primera potencia.

¿Qué vamos aprender en esta tarea?

Identificar los elementos que componen una ecuación. Resolver ecuaciones de primer grado.

9.1 Ecuación

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas denominadas: miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnita, relacionados mediante operaciones matemáticas.

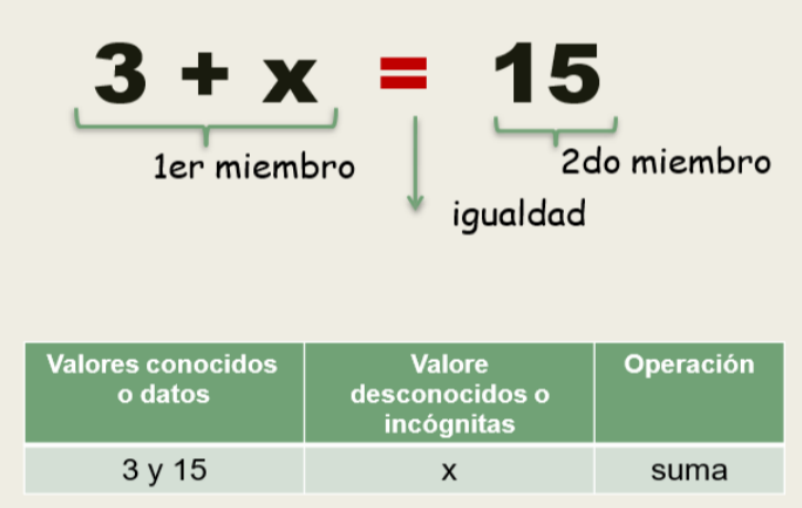


Figura 27. Ecuaciones miembros

Se dice que una ecuación es de primer grado cuando la variable "x" no está elevada a ninguna potencia, es decir, su exponente es 1.

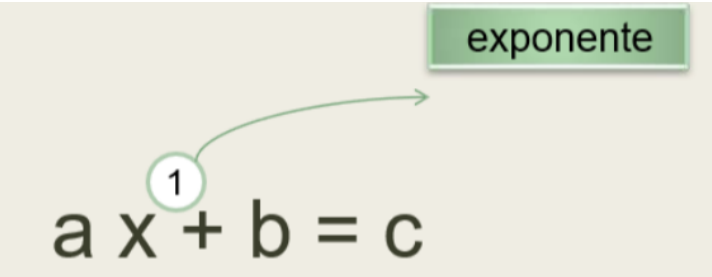


Figura 28. Ecuaciones exponentes

Las ecuaciones de la forma a + x = b se resuelve así:

Tenemos 73 + x = 125

1. Despejamos la x, es decir dejar la x sola a un lado del signo igual.

   73 + x=125 pasamos al segundo miembro.

2. Para pasar un número, o una variable, al otro lado del signo igual. Si está sumando pasa restando y si está restando pasa sumando.

   X=125-73
   X=52

3. Se realiza la comprobación, tomando la ecuación original y en lugar de la incógnita se coloca el valor encontrado.



Figura 29. Ecuaciones exponente Comprobación

Como es una igualdad ambos miembros tienen que dar el mismo resultado.

Ejemplo:
Laura va al mercado con billete de $50, después de efectuar sus compras, le sobraron $34.50. ¿Cuánto gasto en el mercado?
La ecuación que expresa el problema es:
34.50+ x =50
X es el valor que gasto en el mercado.
34.50 + x =50
X=50-34.50
Despejamos x y realizamos operaciones.
X=15.50 encontramos el valor de "x".
Comprobación:

34.50+x=50
34.50+15.50=50
50=50

Por lo tanto 15.50 gasto en el mercado.

9.2 Ecuación lineal de la forma

$$ax=b$$

Para resolver ecuaciones de la forma a . x =b se aplica la propiedad de las igualdades, que dice:

"Si se multiplica o divide por un mismo número a ambos lados de la igualdad, esta se mantiene."

Cuando se tiene una ecuación de esta forma, en la cual un número se halla multiplicando a la incógnita, se debe dividir a ambos lados de la ecuación por dicho número.

Ejemplo 1:

5x=30

1. Se divide siempre por el número que multiplica a la "x", o se multiplica por el número que está dividiendo a "x" .

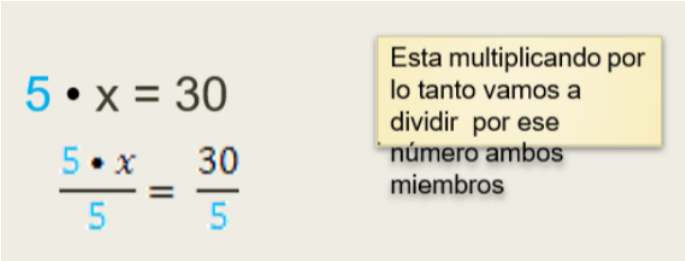


Figura 30. Ecuaciones línea incógnita

2. Realizamos las operaciones.

$$x=6 \text{ (Encontramos el valor de "x")}$$

Comprobación:

1. Tomamos la ecuación original
   5x=30
2. Sustituimos la incógnita por el valor encontrado:

$$5(x)=30$$
$$5(6)=30$$
$$30=30$$

Ejemplo 2:

Alejandra compró dos cuadernos en la papelería y le cobraron $32.00 ¿Cuánto le costó cada cuaderno?

La ecuación que expresa el problema es:

$$2n=32.00$$

"n" es el precio del cuaderno que nos interesa conocer.

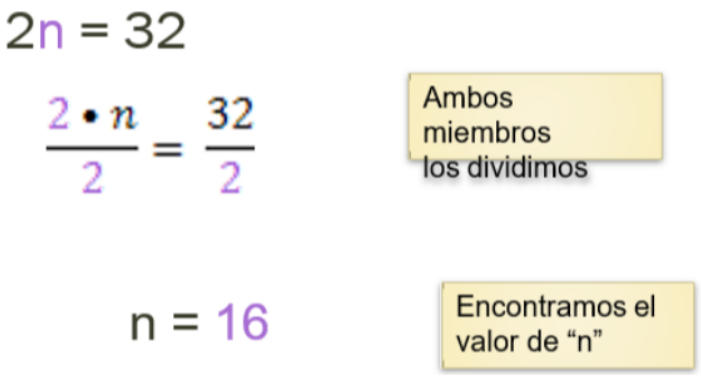


Figura 31. Ecuaciones líneas resultado

Comprobación:

2 n = 32
2 (16) =32
32=32

Por lo tanto, cada cuaderno costó 16$.

9.3 Ecuación lineal de la forma ax + b = c

Para resolver este tipo de ecuaciones ax + b =c es:

1. Se resta a "b" en ambos miembros, si su signo es positivo y se suma si su signo es negativo.
   ax +b=c
   az-10=16
   2z-10+10=16+10
2. Realizamos operaciones y nos queda
   2z=26
3. Se divide a ambos miembros de la igualdad entre "a"
   En este caso es 2
   2Z=26

$$\frac{2z}{2} = \frac{26}{2}$$

Nos queda
z=13
comprobación
Sustituimos en el lugar de la incógnita el valor encontrado.
2z-10=16
2(13)-10=16
26-10=16
16=16
Ejemplo:
El perímetro de un rectángulo es 16 cm. Si un lado mide 5 cm. ¿Cuál es la longitud del otro lado?

La ecuación que expresa el problema es:

2x+2*5=16
2x+10=16
Donde "x" es el valor de la longitud que no conocemos su valor.

$$2x+10=16$$
$$2x+10-10=16-10$$
$$2x=6$$
$$\frac{2x}{2}=\frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Comprobación:
Sustituimos en el lugar de la incógnita el valor encontrado.
2x+10=16
2(3) +10=16
6+10=16
16=16

Por lo tanto, el lado mide:
2x=2(3) =6 medida del lado.

10.CAPÍTULO 10

SISTEMAS DE ECUACIONES DE 1ER GRADO Y FUNCIÓN LINEAL.

Objetivo: Conocer los diferentes métodos para resolver sistemas de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas en la que deseamos encontrar una solución común.

¿Qué vamos aprender en esta tarea?

Aplicar los diferentes métodos en la resolución de sistemas de ecuaciones.

10.1 SISTEMA DE ECUACIONES

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de varias ecuaciones con varias incógnitas comunes entre sí.

Resolver un sistema de ecuaciones es hallar el valor numérico de cada incógnita, de tal forma que hagan verdaderas todas las ecuaciones del sistema.

10.1.1 Método de Sustitución

(a) 3x-2y=1

(b) X+4y=19

1. Despejamos la incógnita x en la ecuación (b)
   3x – 2 y =1
   x+4y=19 → x=19-4y (c)
2. En la ecuación(a) sustituimos la incógnita x por el valor obtenido en el paso 1 (c) y resolvemos la ecuación.
   3(19-4y)-2y=1 → 57-14y=1
   14y=56 → y= 4 (d)
3. En la ecuación(c) sustituimos la incógnita y por el valor obtenido en el paso 2(d) resolvemos la ecuación.
   x=19 - 4 *4 → x=3
4. Podemos comprobar reemplazando las incógnitas en una de las 2 ecuaciones iniciales.
   3(3)-2(4)=1

10.1.2 Método de Igualación

(a) 3x-2y=1

(b) x+4y=19

1. Despejamos la incógnita x en las dos ecuaciones
   3x-2y=1 → $x = \frac{1+2y}{3}$ (c)
   X+4y=19 → x=19-4y (d)
2. Igualamos las expresiones que obtuvimos en el paso anterior ((c) y (d)) y resolvemos la ecuación resultante.
   $\frac{1+2y}{3} = 19 - 4y$ → 1+2y = 3(19-4y)
   1+2y=57-12Y → 14y = 56 y=4 (e)
3. En la ecuación (d) sustituimos la incógnita y por el valor obtenido en el paso 2 (e) y resolvemos la ecuación.
   x=19-4*4 x=3

4. Podemos comprobar reemplazando las incógnitas en una de las 2 ecuaciones iniciales.

10.1.3 Método de Suma y Resta o de Reducción

Se intenta que sumando ambas ecuaciones eliminemos una de las incógnitas.

$$\begin{cases} 2x+4y=6 \\ 3x+5y=10 \end{cases} \quad \begin{array}{r} 2x+4y=6 \\ +\ 3x+5y=10 \\ \hline 5x+9y=16 \end{array}$$

Figura 32. Ecuaciones Método suma y resta de reducción

¿Eliminamos alguna incógnita? NO, entonces debemos hacer algunos cambios
Multiplicaremos cada ecuación por el coeficiente de una de las incógnitas de la otra ecuación.
Y ahora cambiamos de signo una ecuación, por ejemplo, la primera y sumamos:

$$\begin{array}{r} -6x-12y=-18 \\ \underline{+6x+10y=20} \\ -2y=2 \end{array}$$

Se puede ver que eliminamos una incógnita y nos queda una ecuación con una sola incógnita:

$y=\frac{2}{-2}$ $y=-1$

Tomamos una de las ecuaciones y reemplazamos el valor de la incógnita encontrada.

$3x+5=10$

$3x-5=10 \rightarrow 3x=15 \rightarrow x=\frac{15}{3} \rightarrow x=5$

Ahora, comprobamos los resultados:

$$\begin{cases} 2x+4y=6 \\ 3x+5y=10 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x=5 \\ y=-1 \end{array}$$

Figura 33. Ecuaciones Método suma y resta de reducción

$2*5+4=6 \rightarrow 10-4=6$

$3*5+5(-1)=10 \rightarrow 15-5=10$

11.CAPÍTULO 11
ECUACIONES DE 2DO GRADO Y FUNCIÓN CUADRÁTICA

Objetivo: Conocer la fórmula general y la factorización para resolver ecuaciones cuadráticas. Definir el proceso para resolver ecuaciones cuadráticas.

Una ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática de una variable es aquella que tiene la expresión general: donde x es la variable, y a, b y c constantes; a es el coeficiente cuadrático, b el coeficiente lineal y c es el término independiente.

¿Qué vamos aprender en esta tarea?

- Identificar los gráficos generados por ecuaciones cuadráticas.
- Resolver ecuaciones de segundo grado.

11.1 Ecuaciones Cuadráticas

Una ecuación cuadrática o de segundo grado es aquella en la cual la variable o incógnita esta elevada al cuadrado y tiene la siguiente forma:

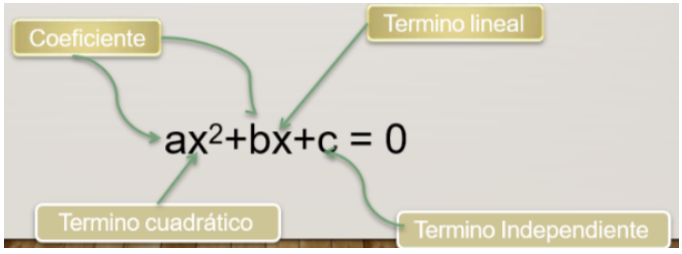


Figura 34. Ecuaciones cuadráticas características

Clasificación:

Según su número de términos una ecuación cuadrática con una incógnita pude ser:

Completa:

Cuando a = 1 se tiene la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad => \quad x^2 + 3x - 2 = 0$$

Incompleta:

Cuando le hace falta un término lineal.

Cuando le hace falta un término independiente

$$ax^2 + bx = 0 \quad => \quad 3x^2 - 5x = 0$$

Cuando le falta el termino lineal e independiente.

$$ax^2 = 0 \quad => \quad 16x^2 = 0$$

Factorización:

Resolución de una ecuación cuadrática por el método de factorización:

Tenemos: $x^2 - 4x = 12$

La ecuación debe de estar igualada a cero. Por lo que a cada lado de la igualdad le restaremos 12.

$$x^2 - 4x = 12$$
$$x^2 - 4x - 12 = 12 - 12$$
$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

Se expresa el lado de la igualdad que no es cero como producto de factores.

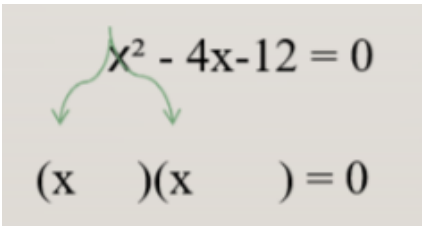


Figura 35. Igualdad que no es cero como producto de factores

Como no es un trinomio cuadrado perfecto, hay que buscar los factores que al multiplicarse nos da como resultado -12 y que cuando los sumemos el resultado sea -4

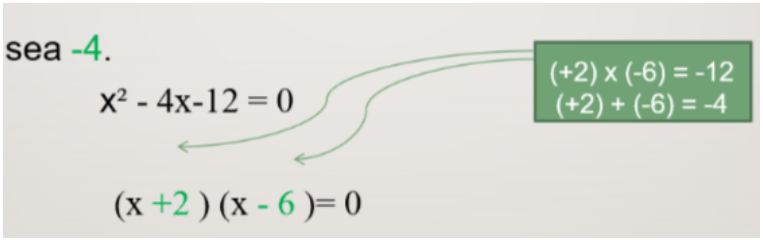


Figura 36. Factores que al multiplicarse

Por último, se iguala a cero cada factor y se despeja la variable.

(x+2) = 0	(x - 6) = 0
x+2=0	x-6=0
x+2-2=0-2	x-6+6=0+6
x=-2	x=6

los valores de x son: -2+6

Comprobación:

Se sustituye cada uno de los valores encontrado.

x=-2	x=6
$x^2 - 4x = 12$	$x^2 - 4x = 12$
$-2^2 - 4(-2) = 12$	$6^2 - 4(6) = 12$
4+8=12	36-24=12
12=12	12=12

Ejemplo:

El área de un rectángulo es de 32 m^2, si se sabe que uno de sus lados mide 4 metros más que el otro ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

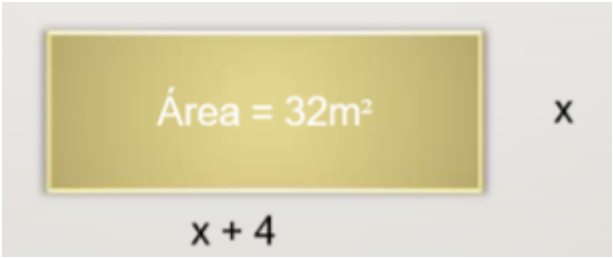


Figura 37. Ejemplo lados de rectángulo

La fórmula del rectángulo es: Base x Altura, por lo que tenemos
B=x+4, la altura =x y el A=32 m^2, entonces
32=(x+4) (x), multiplicando los factores tenemos la ecuación cuadrática:
32= $x^2 + 4x$
$x^2 + 4x = 32$
Igualamos a cero la ecuación
$x^2 + 4x - \mathbf{32} = 32 - \mathbf{32}$
Para igualar a cero la ecuación le restamos 32 a los dos lados de la igualdad
$x^2 + 4x - 32 = 0$
El -4 y 8 son los factores que al multiplicarlos nos da -32 y al sumarlos 4
(x-4) (x+8)=0

Se iguala a cero cada uno de los factores:

x-4=0	x+8=0
x-4+4=0+4	x+8-8=0-8
x=4	x=-8

Los valores de x son 4 y -8, pero para resolver el problema utilizaremos el valor de 4, ya que la medida de un lado del rectángulo no puede ser negativa

Base=x+4	altura=x
Base=4+4=8	altura=4

Las medidas de los lados del rectángulo son 8m y 4m respectivamente.
Comprobación
Sustituimos el valor de x=4, en la ecuación $x^2 + 4x = 32$
$4^2 + 4(4) = 32$
16+16=32
32=32

12.CAPÍTULO 12
FUNCIONES REALES

Objetivo: Conocer dominio y rango. Conocer los elementos de una función lineal y una cuadrática.

En una función real, a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento.

¿Qué vamos aprender en esta tarea?

Graficar funciones e identificar su dominio y rango.

¿Qué son las funciones reales?

La palabra función se utiliza con frecuencia para indicar una relación o dependencia de una variable respecto de otra, o de una cantidad respecto de otra.

Por ejemplo:

- El salario de una persona depende o es función del número de horas trabajadas.
- La producción total de una fábrica depende o es función de tecnología utilizada.
- La demanda de un producto es función del precio.
- El área de un círculo es función de su radio.
- El volumen ocupado por un gas a presión constante depende o es función de su temperatura.

En Matemática, una función es una relación entre un conjunto de elementos Y, llamado (codominio) de forma que a cada elemento x del dominio le corresponde un único elemento f(x) del codominio (los que forman el recorrido, también llamado rango o ámbito).

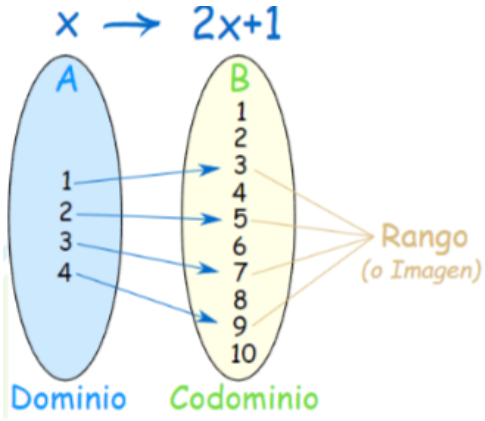


Figura 38. Dominio y Codominio formando un rango de relación

Las funciones matemáticas pueden referirse a situaciones cotidianas, tales como: el costo de una llamada telefónica que depende de su duración, o el costo de enviar una encomienda que depende de su peso.

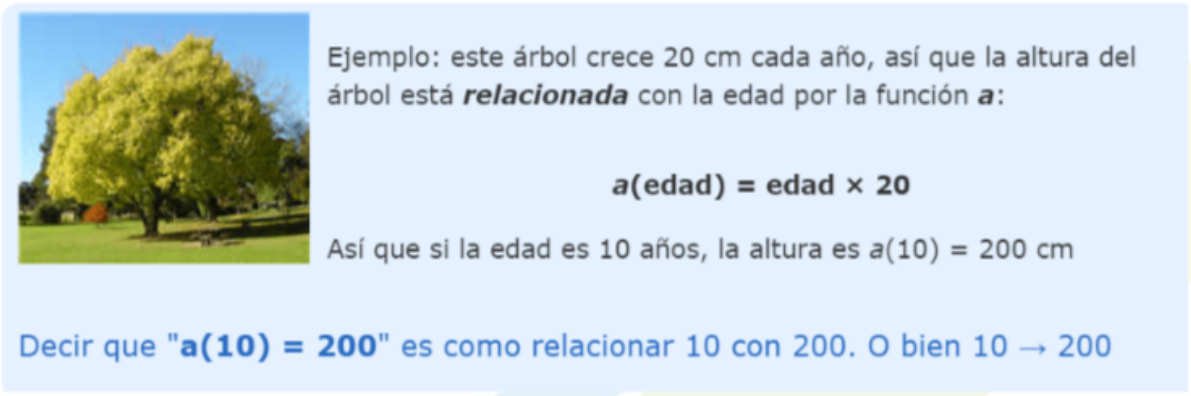


Figura 39. Una función relacionada una entrada con una salida.

Términos Básicos para determinar una función:
DOMINIO: es el primer conjunto que intervienen en la función (conjunto A o X) también se le llama conjunto de partida se denota por DOM(F).
CODOMINIO: es el segundo conjunto que intervienen en la función (conjunto B o Y) también se le llama conjunto de llegada se le denota por COD(f).
RANGO: los elementos de B que están asociados con los elementos de A forman otro conjunto denominado rango o recorrido de la función. Se denota por RAN (f).
IMAGEN: Si x es un elementó del dominio, la notación f(x) se utiliza para designar el elemento en el recorrido que corresponde a x en la función f, y se denomina imagen de x.

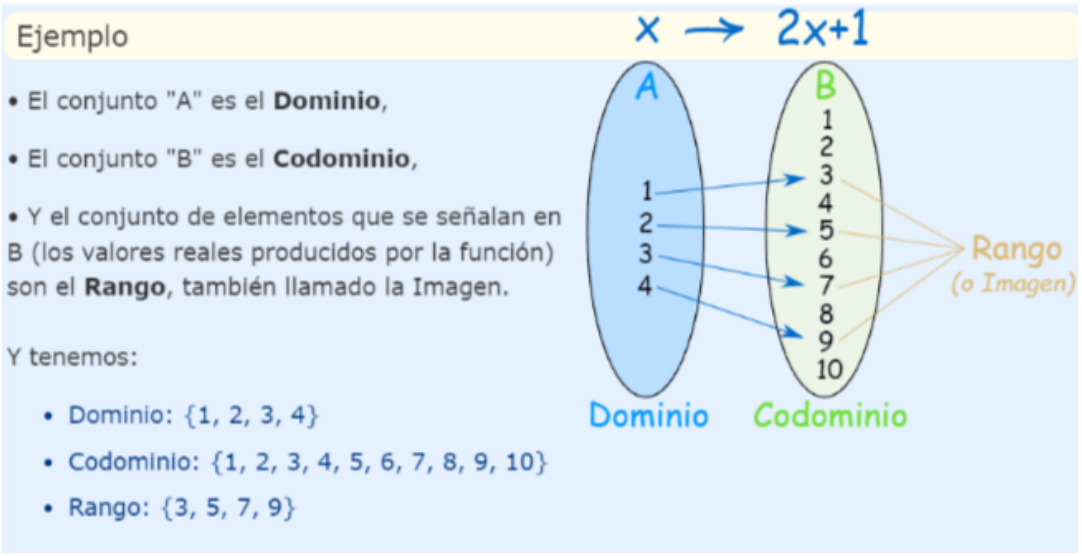


Figura 40. Ejemplo de conjuntos A y B demostrando el Dominio y Codominio

Clases de funciones:
Dependiendo de ciertas características que tome la expresión algebraica o notación de la función f en x, tendremos distintos tipos de funciones:
Función constante:
Una función de la forma f(x)=b, donde b es una constante, se conoce como una función contante.

Por ejemplo, f(x)=3, (que corresponde al valor de y) donde el dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es (3), por tanto y =3. La grafica de abajo muestra que es una recta horizontal.

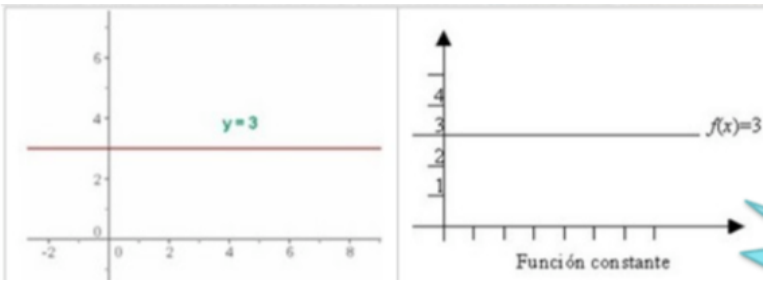


Figura 41. Función constante

Función lineal:

Una función de la forma f(x)=mx+b se conoce como una función lineal, donde m representa la pendiente y b representa el intercepto en y. La representación gráfica de una función lineal es una recta. Las funciones lineales son funciones polinómicas.

Ejemplo: f(x)=2x-1

Es una función lineal con pendiente m=2 e interceptó en y en (0,-1). Su grafica es una recta ascendente.

En General, una función lineal es de la forma.

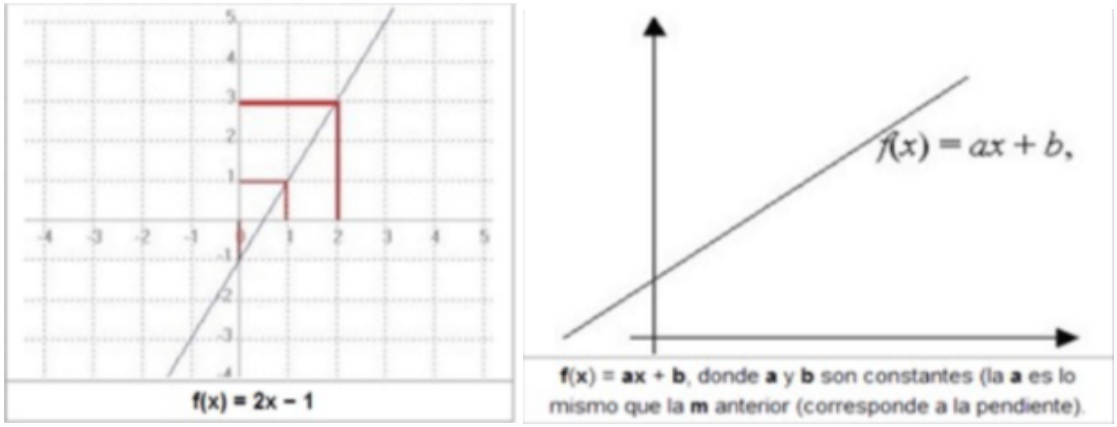


Figura 42. Función lineal

Función Cuadrática:

Es una función de la forma f(x)=a$x^2 + bx + c$, donde a,b,c son números reales. La grafica de la función cuadrática es una curva llamada parábola; si a es positiva, la grafica abre hacia arriba y si a es negativa la gráfica abre hacia abajo.

La ecuación algebraica tiene el 2 como máximo exponente de la variable.

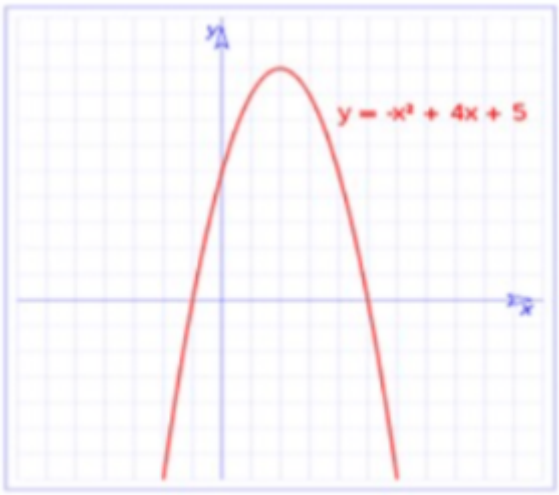


Figura 43. Función cuadrática

Función raíz cuadrada

Es una función que asigna a un argumento su raíz cuadra positiva. Es de la forma f(x)= Raíz(x), donde el domino de la función son los valores de x que hacen que el radicando sea positivo y el rango son los reales mayores o iguales a cero. La grafica que se obtiene es una curva ascendente que está por encima del eje x.

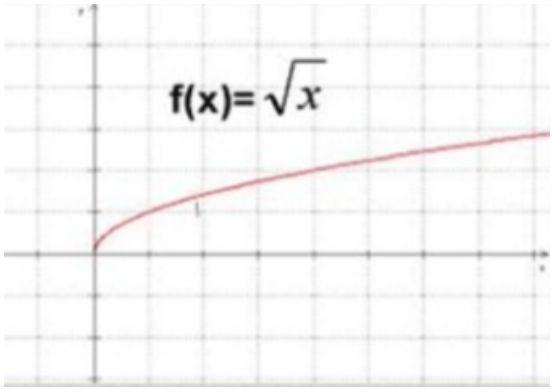


Figura 44. Raíz cuadrada

13.CAPÍTULO 13
FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Objetivo: Conocer dominio y rango. Conocer los elementos de una función exponencial y logarítmica.

"En matemáticas, una función exponencial es una función de la forma. Como funciones de una variable real, las funciones exponenciales se caracterizan únicamente." (Sergio, 2014)

¿Qué vamos a aprender en esta tarea?

1. Graficar funciones
2. Resolución de ecuaciones exponenciales

13.1 Aplicación de las funciones exponenciales

La función exponencial y logarítmica tienen gran cantidad de aplicaciones en la vida cotidiana y no tan cotidiana. Muchas veces nos preguntamos para qué sirven estas funciones, a continuación, se darán ciertos ejemplos en los que estas se utilizan.

- En Geología para medir la intensidad de un terremoto usando la escala de Ritcher.

- En Informática para evaluar cuánto se tardaría en resolver un problema con un ordenador.

- En Arqueología para estimar a edad de un fósil a través del proceso de datación por C14.

- En Química para determinar el grado de acidez de una solución llamado ph.

- En Física para determinar la sensación de intensidad del sonido medida en decibelios.

- En Biología para medir el tiempo en que crece una colonia de bacterias.

- En Economía para medir el tiempo en que un capital produce cierto interés.
- En estudios demográficos, para predecir en una población las necesidades surgidas en su crecimiento.

Una función exponencial es de la forma:

$$f(x)=b^x$$

donde b es un numero tal que b>0 y además b≠1.

El dominio de la función son los números reales o sea que la variable x puede asumir cualquier valor real. La letra b se conoce como la base.

Ejemplos:

Las siguientes expresiones:

$$F(x) = 2^2$$
$$H(x) = 10^{2x+3}$$
$$G(x) = \frac{1}{4}^{x-1}$$

$$Q(x) = \frac{1}{2}^{2x}$$
$$P(x) = (3)^{-x}$$
$$M(x) = \frac{3}{4}^{4x}$$

Base Natural e

Una base que se usa en las ciencias es la base e; e es un símbolo como π que representa el numero 2.718281828…, es decir, $e = 2.71828$

Asi podemos considerar la función exponencial cuya base es e:

$$f(x)=e^x$$

Esta base se utiliza mucho en fenómenos naturales.

Gráfico de $f(x)=2^x$

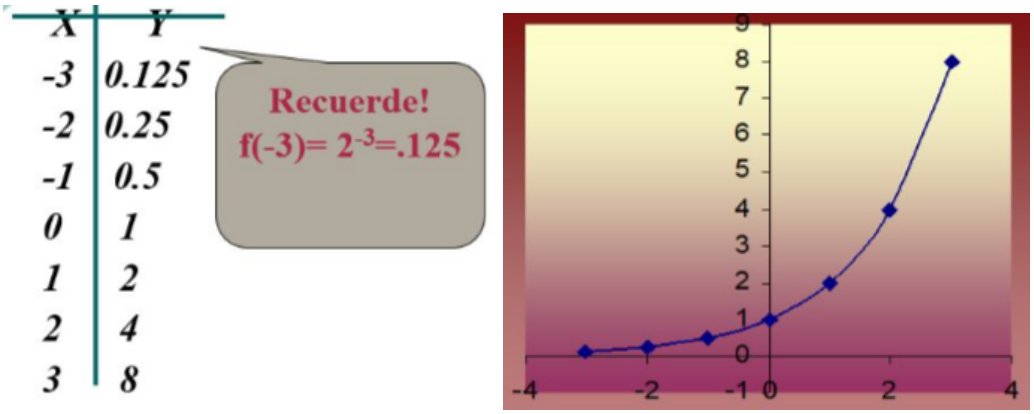


Figura 45. Gráfico de f(x)=2^x

Gráfico de $f(x)=(\frac{1}{2})^x$

x	y
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	.5
2	.25
3	.125

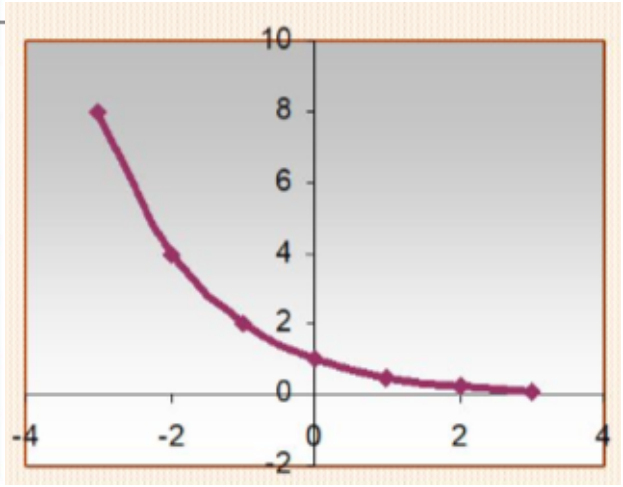


Figura 46. Gráfico de f(x)=$(\frac{1}{2})^x$

Observaciones:

- Vimos que las graficas pueden ser crecientes o decrecientes
- Si la base b es mayor de 1 es decir, b>1 entonces la gráfica de f(x)=b^x es creciente.
- Si 0<b<1, entonces f(x)=b^x es decreciente.

Ecuaciones exponenciales

Una ecuación exponencial es una ecuación donde la variable esta en el exponente, por ejemplo:

$3^x = 9$
$5^{2x+1} = 125^x$
$6^x = 7$
$4^{2x-2} = 8$
$5 = 25^{x-2}$

Método para resolver ecuaciones exponenciales

Para resolver una ecuación exponencial necesitamos el siguiente teorema.

Si $b^x = b^y$ entonces x=y

El teorema dice que si tenemos 2 potencias con bases iguales entonces sus respectivos exponentes son iguales. Este teorema nos da la clave para resolver ecuaciones exponenciales. Una analogía puede ser que si dos libros son iguales la tercera pagina de cada un son también iguales.

Ejemplo:

Resuelva $3^x = 9$

Solución: Nuestro objetivo es hallar el valor de la variable x. El procedimiento a seguir es utilizando el teorema.

Tratamos de poner bases iguales

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

Por lo tanto, x=2

Recuerde. Si las bases son iguales, los exponentes son iguales.

Ejemplo.

Resuelva la siguiente ecuación.

$$\sqrt{5} = 25^{x-2}$$

Note que las bases son iguales.

$$5^{1/2} = (5^2)^{x-2}$$

Se usa la ley distributiva en los exponentes.

$$5^{1/2} = (5)^{2x-4}$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{2} = 2x - 4$$

$$\frac{1}{2} + 4 = 2x$$

$$\frac{9}{2} = 2x$$

$$x = \frac{9}{4}$$

14.CAPÍTULO 14
ESTADÍSTICA BÁSICA

Objetivo: Reconocer los conceptos y aplicaciones de los conceptos generales de la estadística. Identificar los elementos que componen una tabla de frecuencias.

La estadística es la ciencia que se ocupa del estudio y la aplicación del conjunto de métodos necesarios para recoger, clasificar, representar y resumir los datos de un experimento aleatorio, así como para la realización de inferencias a partir del análisis de estos datos.

¿Qué vamos aprender en esta tarea?

1. Aplicar los conceptos aprendidos en ejercicios de población, muestra y tipos de variables.

14.1 Conceptos Básicos de Estadística

14.1.1 Población y Muestra:

Población: Conjunto completo de elementos que se estudian. Ejemplo: Todos los estudiantes de una escuela.

Muestra: Subconjunto de la población que se selecciona para el estudio. Ejemplo: 50 estudiantes seleccionados al azar de la escuela.

Individuo:

Cada uno de los elementos de la población o muestra. Ejemplo: Un estudiante específico.

14.1.2 Dato y Variable:

Dato: Valor que se obtiene de cada individuo. Ejemplo: La altura de un estudiante.

Variable: Característica que se mide en los individuos. Ejemplo: Altura, peso, edad.

14.1.3 Tipos de Variables:

Cuantitativas: Variables que se pueden medir numéricamente.

Discretas: Toman valores específicos. Ejemplo: Número de hermanos.

Continuas: Pueden tomar cualquier valor dentro de un rango. Ejemplo: Altura.

Cualitativas: Variables que describen cualidades o categorías. Ejemplo: Color de ojos, género.

Muestreo:

Proceso de seleccionar una muestra de la población. Ejemplo: Elegir 50 estudiantes al azar para medir su altura.

Ejemplos

Media (Promedio):

Suma de todos los datos dividida por el número de datos. Ejemplo: Si las alturas de 5 estudiantes son 150 cm, 160 cm, 155 cm, 165 cm y 170 cm, la media es:

$$\text{Media} = \frac{150+160+155+165+170}{5} = 160\ cm$$

Mediana:

Valor central de un conjunto de datos ordenados. Ejemplo: Para las alturas 150 cm, 155 cm, 160 cm, 165 cm y 170 cm, la mediana es 160 cm.

Moda:
Valor que más se repite en un conjunto de datos. Ejemplo: Si las alturas son 150 cm, 160 cm, 160 cm, 165 cm y 170 cm, la moda es 160 cm.
Desviación Estándar:
Medida de la dispersión de los datos respecto a la media. Ejemplo: Para calcular la desviación estándar de las alturas, se utilizan fórmulas específicas que miden cuánto se alejan los datos de la media.

RETROALIMENTACIÓN DE LA UNIDAD

Factorización

La factorización es el proceso de descomponer una expresión algebraica en un producto de factores más simples. Es útil para simplificar ecuaciones y resolver problemas algebraicos. Los métodos comunes incluyen:
Factor común: Identificar y extraer el factor común de todos los términos.
Trinomios cuadrados perfectos: Expresiones de la forma (a^2 + 2ab + b^2).
Diferencia de cuadrados: Expresiones de la forma (a^2 - b^2).
Ecuaciones Algebraicas Sencillas
Las ecuaciones algebraicas sencillas son igualdades que involucran variables y constantes. Se resuelven aislando la variable en uno de los lados de la ecuación. Ejemplo: [2x + 3 = 7 2x = 4 x = 2]

Sistemas de Ecuaciones de Primer Grado y Función Lineal

Un sistema de ecuaciones de primer grado consiste en dos o más ecuaciones lineales que se resuelven simultáneamente. Métodos de resolución:
Sustitución: Resolver una ecuación para una variable y sustituir en la otra.
Eliminación: Sumar o restar ecuaciones para eliminar una variable.
Gráfica: Representar las ecuaciones en un plano cartesiano y encontrar el punto de intersección.
Una función lineal tiene la forma (y = mx + b), donde (m) es la pendiente y (b) es la intersección con el eje (y).

Ecuaciones de Segundo Grado y Función Cuadrática

Las ecuaciones de segundo grado tienen la forma (ax^2 + bx + c = 0). Métodos de resolución:
Factorización: Descomponer la ecuación en factores.
Completar el cuadrado: Transformar la ecuación en un trinomio cuadrado perfecto.
Una función cuadrática tiene la forma (y = ax^2 + bx + c) y su gráfica es una parábola.

Funciones Reales

Las funciones reales son relaciones entre dos conjuntos de números reales, donde cada elemento del dominio se asigna a un único elemento del codominio. Ejemplos incluyen funciones lineales, cuadráticas, polinómicas, racionales, etc.

Funciones Exponenciales y Logarítmicas

Función exponencial: Tiene la forma (f(x) = a^x), donde (a > 0) y (a \neq 1). Crece o decrece rápidamente.

Función logarítmica: Es la inversa de la función exponencial, (f(x) = \log_a(x)), donde (a > 0).

Estadística Básica

La estadística básica incluye conceptos y técnicas para recolectar, analizar e interpretar datos. Conceptos clave:

Media: Promedio de un conjunto de datos.

Mediana: Valor central de un conjunto de datos ordenados.

Moda: Valor que más se repite en un conjunto de datos.

Desviación estándar: Medida de la dispersión de los datos respecto a la media.

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

4. Factoriza la expresión ($6x^2$ - 9x).
5. Factoriza el trinomio (x^2 + 5x + 6).
6. Resuelve la ecuación (3x + 7 = 16).
7. Resuelve la ecuación (5x - 4 = 21).
8. Encuentra la pendiente y la intersección con el eje (y) de la función lineal (y = 3x + 4).
9. Resuelve la ecuación cuadrática (x^2 - 5x + 6 = 0).
10. Encuentra los vértices de la parábola (y = x^2 - 4x + 3). Respuesta:
11. Encuentra el rango de la función (f(x) = x^2 + 1).
12. Resuelve la ecuación exponencial (2^x= 16).
13. Calcula la media de los siguientes datos: 5, 7, 9, 10, 12.
14. Encuentra la mediana de los datos: 3, 5, 7, 8, 9.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Agud Albesa, L. -M. (2016). *Matemáticas básicas para ingenierías: ejercicios resueltos.* España: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia.
- Castañeda Hernández, S. (2014). *Matemáticas fundamentales para estudiantes de ciencias.* Barranquilla: Universidad del Norte.
- Castro Puche, R. (2011). *Didáctica de las matemáticas: de preescolar a secundaria.* Bogota: Ecoe Ediciones.
- Cuartero Ruiz, B. (2009). *Fundamentos de análisis matemático.* Zaragoza: Prensas de la Universidad de Zaragoza.
- Gutiérrez, Y. E.-A. (2019). *Aritmética superior.* Republica Dominicana: Universidad Abierta para Adultos.
- M.O. Gonzáles, J. M. (1962). *Algebra Elemental Moderna Volumen 1.* Buenos Aires, Argentina: Libresa .
- Otros, P. B. (2019). *Análisis Matemático.* Quito - Ecuador: Santillana.

- Otros, P. B. (2019). *Sistemas Numéricos.* Quito – Ecuador: Ecuafuturo.
- Placencia Valero, J. (2008). *Compendio de matemática básica elemental.* España: Editorial Tébar Flores.
- Ramos, E. (2010). *Análisis Matemático – Calculo I.* Lima – Perú: Servivios Graficos J.J.
- Repetto. (1967). *ARITMÉTICA 2.* Buenos Aires: Kapelusz.
- Roca Martínez, A. -J.-M. (2003). *Análisis matemático.* Valencia: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia.
- Sergio, F. S. (2014). *Matemáticas básicas.* España: Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Servicio de Publicaciones y Difusión Científica.
- Takeuchi, Y. (2008). *Análisis matemático.* Colombia: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- M.O. Gonzáles, J. M. (1962). Algebra Elemental Moderna Volumen 1. Buenos Aires, Argentina: Libresa.
- Ramos, E. (2010). Análisis Matemático – Calculo I. Lima – Perú: Servicios Graficos J.J.